

# <sup>137</sup>Cs標準線源によるガンマ線源CTの基礎実験

Fundamental experiment of gamma-ray source CT using <sup>137</sup>Cs standard radiation source

静岡医療科学専門学校 医学放射線学科 長野 宣道

キーワード: ラドン変換, CT, ガンマ線源, <sup>137</sup>Cs

Key words: radon transform, computed tomography, gamma ray source, <sup>137</sup>cesium

## 【要旨】

X線CT装置の内部構造はブラックボックス的な部分が多く、学生がその構造を教科書等で理解するのは難解である。しかし、ラドン変換の理解と線源さえあればCTの原理を身近に理解・体験することができる。以上の理由で本校の学生実験でCT装置の原理を学ぶ基礎実験を実施した。

## 【Abstract】

The internal structure of X-ray CT devices involves many black-box-like components, and so it is difficult for students to understand this structure with textbooks etc. However, by grasping the Radon transform and having a radiation source, we can achieve a familiar understanding and experience of CT principles.

For these reasons, we conducted foundational experiments on CT devices at the laboratory level of our school.

## I. はじめに

現在、医療現場や学校等の教育機関で稼働中のX線CT装置は、相当な重量のX線管と検出器列が一对となり撮影時には超高速で回転しており、人との接触を避けるための危険防止と患者の恐怖心抑制への配慮から主要構造部のすべてがドーナツ状のガントリー内に収められている。また、人体の透過データを取り込む部分も撮影技術者や患者には不要であるため、CTを使って実験・実習を行う学生等は普段は内部構造までは目にするにはできない構造となっている<sup>1)</sup>。そこで本校では、学生教育の一環として経費を掛けずに簡易的にCTの原理を学べる手段として、ガンマ線源と市販の検出器を利用したガンマ線源CTの透過実験を放射線計測実験の項目に採用し基礎実験を開始した。

CTやSPECT装置などの横断画像の再構成にはオーストリアの数学者J.Radonが1917年に発表したラドン変換(物体を外部より全ての角度からX線で投影すれば、これらのデータから元の画像を復元できる)の原理<sup>2,3)</sup>が応用されている。しかし、これらの装置の構造や原理を学ぶ放射線技師や技師学校の学生たちにとっては、教科書や各種テキストに構造やラドン変換の原理式(図1, 式(1))<sup>3,4)</sup>は掲載されているもののその中身まで理解することは容易ではない。以上の理由で、この実験を教育現場でCTの原理を理解する教材として確立させたいと考え、学生たちが本校の実習室レベルで手軽にCTの原理(ラドン変換, 逆ラドン変換)が理解できるよう計測実験システムを組み、簡易型ガンマ線源CTの透過実験を実施した。

## II. ラドン変換

### 2.1 ラドン変換

最初に、本論文の「はじめに」でも簡単に紹介したが、読者にとっては聞き慣れない言葉の「ラドン変換と逆ラドン変換」について補足説明しておく。

「ラドン変換」とは、立体構造物の回転断層像は、X線やγ(ガンマ)線の一次元の透過データを、体の横断面180度～360度分の回転方向から、複数の検出器により収集すれば断層像に再現できるというものである。この収集されたデータを今度は逆に、体軸の回転中心方向へ180～360度分投影して画像を作り出すというのが「逆ラドン変換」といわれるも

のである<sup>3,4)</sup>。以下、ラドン変換から逆ラドン変換への過程を、数式を用いて説明していく。

ラドン変換は以下の方法で実施されている。ここで、図1中の  $f(x, y)$  は二次元点の被写体の線源弱係数  $\mu$  [ $\text{cm}^{-1}$ ] (単に長さあたりの光子の減弱の度合い)である。

①最初に  $(x, y)$  はデータの検出位置とする。ここで、ラドン変換は回転座標(極座標: 回転角  $\theta$ )なので(1), (2)式により、投影データの座標  $(X, Y)$  への座標変換を行う。

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \dots (1)$$

$$\begin{cases} X = x \cos \theta + y \sin \theta \\ Y = -x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases} \dots (2)$$

②検出器に入ってきたデータの収集: 検出器に入るデータは(3)式となる。この式より、 $\ln \left[ \frac{I_0}{I(X, \theta)} \right]$  を求める。この値が座標変換した各点  $(X, Y)$  での吸収値となり、この値を次の逆ラドン変換で回転角  $(\theta)$  に沿って画像化することとなる。

$$I(X, \theta) = I_0 \cdot \exp \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dY \right] \dots (3)$$

$$g(X, \theta) = \ln \left[ \frac{I_0}{I(X, \theta)} \right] \dots (4)$$

$$g(X, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dY \dots (5)$$

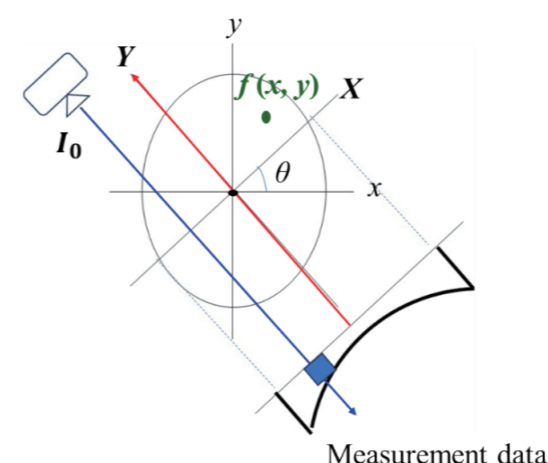


図1 ラドン変換

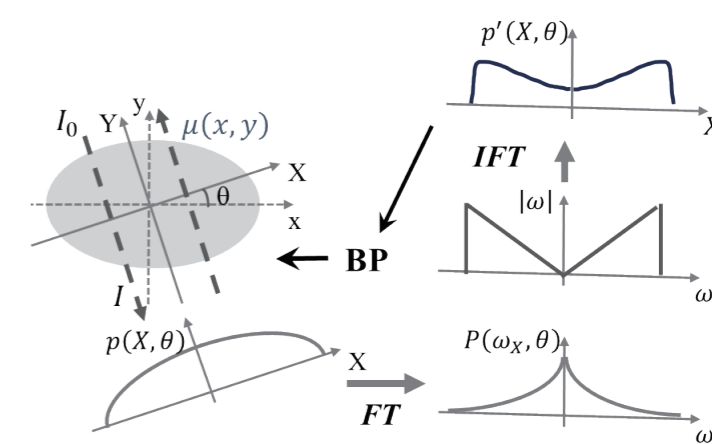


図2 逆ラドン変換の流れ

### 2.2 逆ラドン変換

収集データを画像化する 逆ラドン変換(FBP: Filtered Back Projection)法 は次の(6)式で実行される。これは、座標点  $(x, y)$  での吸収係数の違い、すなわち線源弱係数  $(\mu)$  を求めることとなる。

$$\mu(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} p(X, \theta) \cdot \exp[-j\omega_x X] dX \right] \cdot |\omega| \cdot \exp[j\omega(x \cos \theta + y \sin \theta)] d\omega d\theta \dots (6)$$

逆ラドン変換により、二次元平面内の  $\mu$  を求め、この  $\mu$  の値の差がCT画像上での白黒濃淡の差となっている。

### 2.3 臨床画像のCT値

ここで前項のCT画像上での白黒濃淡の差について補足説明を加えておく。実際の臨床写真の白黒濃淡差は前頁の線源弱係数  $(\mu)$  をCT値(Hounsfield Unit: HU)という表現に置き換えている。

そのCT値は、水を0、空気を-1000とする臨床目的のための単位であり、X線吸収係数に比例した数となっている。

$$CT\ ratio = \frac{\mu_t - \mu_w}{\mu_w} \times K = 0 \quad \mu_t : \text{組織のX線吸収係数} \quad \mu_w : \text{水のX線吸収係数} \quad K : 1000$$

《水と空気のCT値の具体的計算例》

$$\text{水のCT値} = \frac{\mu_t - \mu_w}{\mu_w} \times 1000 = 0 \quad \text{空気のCT値} = \frac{0 - \mu_w}{\mu_w} \times 1000 = -1000$$

### III. 実験

#### 3.1 実験使用器具

- ① <sup>137</sup>Cs標準線源 (ガンマ線エネルギー:662keV, 半減期:30.17年)
- ② CsI (TI) 検出器 クリアパルス製
- ③ 鉛ブロック (5cm<sup>3</sup>)
- ④ 透過体の選択には, 身近にありCsI(TI)検出器に対応できる小さく中空円筒形のトランペットマウスピースを選んだ.
- ⑤ 解析ソフト Scilab-2023.1.0, MATLAB R2023b

##### 3.1.1 実験1:ガンマ線の透過光子数計測

実験は, 実験1\_1として直径10mm, 内径8mm, 厚み1mmのマウスピースを, 外側2点と内側を2mm間隔で平行移動して5点から, 合計7点について10分計測したものと, 実験1\_2としてマウスピースの移動を1mmずつ平行移動して合計14点から, 各点10分間計測したデータを基に光子カウントを行った.

##### 実験1\_1(透過体の2mm 移動)

- ① ガンマ線のCT検出システムは 5cm<sup>3</sup>の鉛ブロックを図3~図6のように組み合わせて作った.
- ② 中心ガンマ線のみを透過させる部分(スリット)は, 鉛ブロックの間隔を2mm開けることで実施した.
- ③ ガンマ線源には<sup>137</sup>Cs, 検出器はCsI(TI)検出器, 線源と検出器の間で移動させる透過体には真鍮製マウスピースを利用し, 2mmずつ平行移動させて光子カウントを行った(表1).



図3 線源\_鋼材\_検出器の配置(俯瞰)



図4 線源\_鋼材\_検出器の配置(側面)



図5 線源\_鋼材\_検出器の配置(背面:線源側)

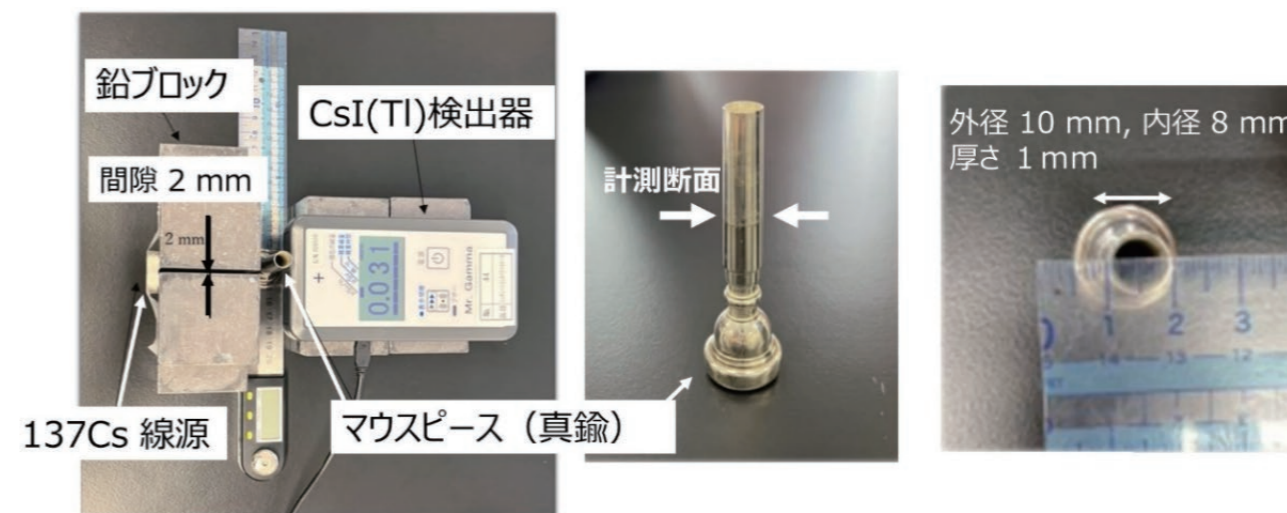


図6 実験器具とジオメトリ

図6\_1 マウスピース

図6\_2 マウスピースの径

表1 2mmずつ平行移動させて得られた光子カウント数

位置	1	2	3	4	5	6	7
counts	4609	571	3182	3741	3566	24	4166

##### 実験1\_2:(透過体の1mm 移動)

実験1\_1の方法と同様に, 真鍮製マウスピースを2mmずつ平行移動させて光子カウントを行った(表2).

表2 1mmずつ平行移動させて得られた光子カウント数

位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
counts	2192	2134	2077	2037	2021	2074	2155	2089	2127	2107	2175	2168	2158	2239

##### 3.1.2 実験2

次に, 実験1で収集したデータを用いて, 解析プログラミングソフトScilab-2023.1.0, MATLAB R2023bを使って25度の回転角で180度まで回転(8チャンネル)させ, ラドン変換をシミュレーションした.



## IV. 結果

### 実験1\_1

一次元の線形データから、内部が空洞の円柱構造物の厚みに応じた光子数の減弱した透過像が得られた。

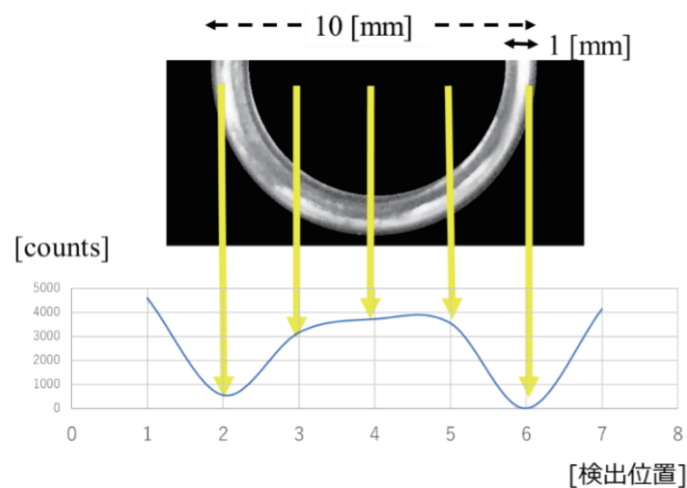


図7 透過部位とカウント数の対比

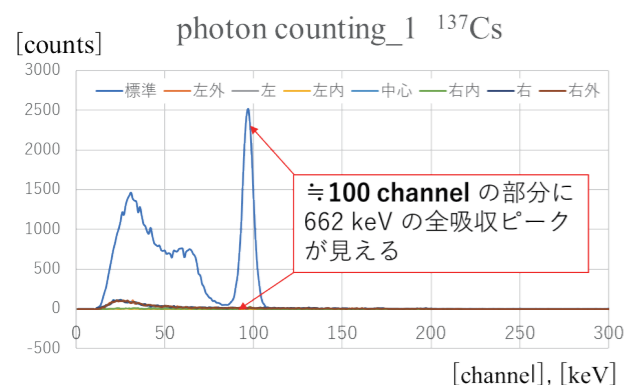


図8 <sup>137</sup>Cs標準線源と比較した減衰スペクトル

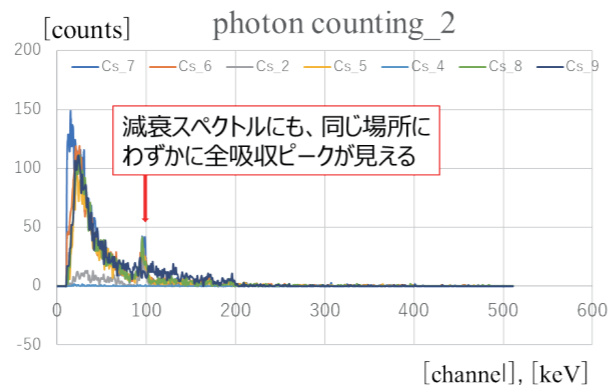


図9 計測点(7点)での減衰スペクトル

### 実験2

また、データ取り8点観察(各点10分)、「学生8班で25度刻みで、0度~175度までデータを収集したデータ」と仮定した数値を基に数値解析したラドン変換シミュレーションでは円柱構造物の像を再構成することができた。

表3 1方向からのデータを8viewに拡張した数字列によるサイノグラム表

		channel							
view		3441	24	3182	3741	3741	3182	45	3938
		3441	24	3182	3741	3741	3182	45	3938
		3441	24	3182	3741	3741	3182	45	3938
		3441	24	3182	3741	3741	3182	45	3938
		3441	24	3182	3741	3741	3182	45	3938
		3441	24	3182	3741	3741	3182	45	3938
		3441	24	3182	3741	3741	3182	45	3938
		3441	24	3182	3741	3741	3182	45	3938

### 《Scilab プログラム:8データ》

```
M = fscanfMat ("CT.txt");
[R, xp] = imradon (M, 0:1:179);
imshow (R, hotcolormap (32))
F1 = fft2 (R); F2 = ifft (F1);
```

### 《プログラムの説明》

- ① fscanfMat %テキストファイルから行列を読み込む
- ② [R, xp] = imradon (M, 0:1:179); % M : Image matrix , 0:1:179 ; ラドン変換を計算するための角度(0度から1度刻みに179度まで), R ; シータ角の1つに対するラドン変換の行列, xp ; Rの各行に対応する半径座標
- ③ imshow (R, hotcolormap (32)) % hotcolormap (32) ; 赤から黄色までのカラーマップで表示
- ④ F1 = fft2 (R) ; 2次元高速フーリエ変換 % fft2 (R) ; 2次元高速フーリエ変換
- ⑤ F2 = ifft (F1) ; % ifft (F1) ; 逆分散フーリエ変換



図10 表3(8 channel)データのサイノグラム

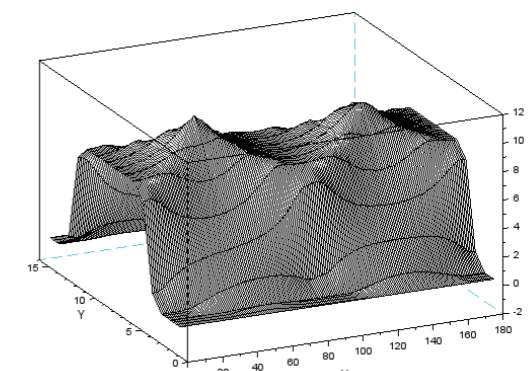


図11 表3データの逆フーリエ変換像

### 《サイラボプログラム:16データ》

表4 1方向からのデータを8viewに拡張した数字列によるサイノグラム表

3923	3800	3441	24	3100	3200	3317	3400	3327	3317	3317	3100	45	3700	3800	3938
3923	3800	3441	24	3100	3200	3317	3400	3327	3317	3317	3100	45	3700	3800	3938
3923	3800	3441	24	3100	3200	3317	3400	3327	3317	3317	3100	45	3700	3800	3938
3923	3800	3441	24	3100	3200	3317	3400	3327	3317	3317	3100	45	3700	3800	3938
3923	3800	3441	24	3100	3200	3317	3400	3327	3317	3317	3100	45	3700	3800	3938
3923	3800	3441	24	3100	3200	3317	3400	3327	3317	3317	3100	45	3700	3800	3938
3923	3800	3441	24	3100	3200	3317	3400	3327	3317	3317	3100	45	3700	3800	3938
3923	3800	3441	24	3100	3200	3317	3400	3327	3317	3317	3100	45	3700	3800	3938

```
M=fscanfMat ("gammaCT.txt");
```

```
[R, xp] = imradon (M, 0:1:179);
```

```
Imshow (R, hotcolormap (32) )
```

```
F1 = fft2 (R); F2 = ifft (F1);
```

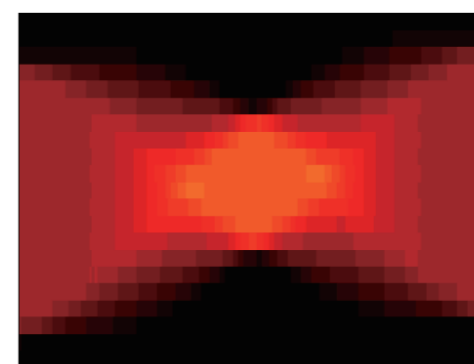


図12 表4データ(16 channel)データのサイノグラム

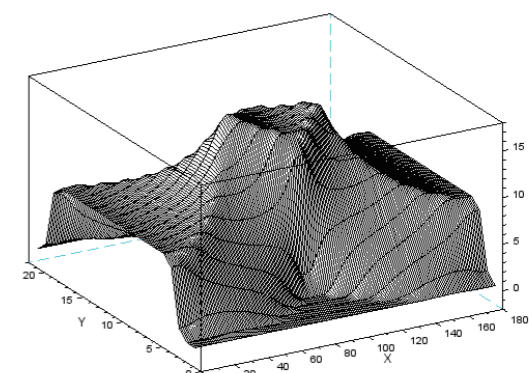
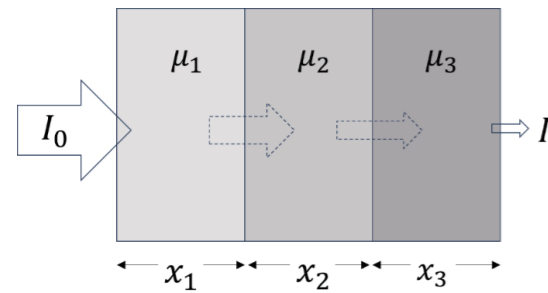


図13 表4データの逆フーリエ変換像

《実験データの検証》

次に実験で得られた各チャンネルにおけるガンマ線光子数と、数値計算で算出したガンマ線光子数の整合性を検証した。

ガンマ線の透過光子数は次の式で得られる。



$$I = I_0 \cdot e^{-(\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3)}$$

図14 光子の減衰式

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0 \cdot e^{-\mu_1 x_1} \\ I_2 &= I_1 \cdot e^{-\mu_2 x_2} \\ &= I_0 \cdot e^{-\mu_1 x_1} \cdot e^{-\mu_2 x_2} \\ &= I_0 \cdot e^{-\mu_1 x_1 + (-\mu_2 x_2)} \\ &= I_0 \cdot e^{-\mu_1 x_1 - \mu_2 x_2} \\ I_3 &= I_2 \cdot e^{-\mu_3 x_3} \\ &= I_0 \cdot e^{-\mu_1 x_1 - \mu_2 x_2} \cdot e^{-\mu_3 x_3} \\ &= I_0 \cdot e^{-\mu_1 x_1 - \mu_2 x_2 + (-\mu_3 x_3)} \\ &= I_0 \cdot e^{-\mu_1 x_1 - \mu_2 x_2 - \mu_3 x_3} \\ &= I_0 \cdot e^{-(\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3)} \end{aligned}$$

図15 光子の減衰計算は指数部分の和となる

IV 《真鍮の減弱係数計算》

ここで、一般的な線源弱係数の求め方と合金の線減弱係数の求め方(手順)を説明する。

(1) 透過物質の質量減弱係数( $\mu/\rho$ )の計算:

銅(Cu)と亜鉛(Zn)それぞれについて、質量減弱係数( $\mu/\rho$ )を以下の式で計算する。

◎質量減弱係数( $\mu/\rho$ )= $\mu/\rho$  ここで、 $\mu$  は物質の吸収係数( $\mu$ )で、 $\rho$  は密度である。

(2) 物質の質量減弱係数の加重平均の計算:

銅と亜鉛の質量減弱係数( $\mu/\rho$ )を使用して、真鍮の質量減弱係数( $\mu/\rho$ )を以下のように計算する。

◎真鍮の質量減弱係数( $\mu/\rho$ )=(0.65×銅の質量減弱係数)+(0.35×亜鉛の質量減弱係数)

ここで、0.65は銅の質量比であり、0.35は亜鉛の質量比となる。

(3) 真鍮の線源弱係数( $\mu$ )の計算:

真鍮の質量減弱係数( $\mu/\rho$ )を真鍮の密度で乗じて、真鍮の線減弱係数( $\mu$ )を求める。

◎真鍮の線減弱係数( $\mu$ )=真鍮の質量減弱係数( $\mu/\rho$ )×真鍮の密度

ここで、真鍮の密度は銅と亜鉛の密度の加重平均である。

IV\_1 真鍮合金の線源弱係数の算出

(1) 鉛と亜鉛の原子量はそれぞれ 63.55 [u], 65.38 [u] であり、一般的な真鍮の混合比は銅が 65%, 亜鉛が 35% である。これらの割合により、最初に真鍮(合金内)の原子量の比を求めた。

◎原子量:

$$Cu : 63.55 [u] \quad Cu_{amu} = \frac{63.55}{63.55+65.38} = 0.4928 \quad Zn : 65.38 [u] \quad Zn_{amu} = \frac{65.38}{63.55+65.38} = 0.5071$$

(2) 次に、これらの原子量比を真鍮の銅(65%)と鉛(35%)の混合割合に応じて、真鍮合金内の原子量を求めた。

$$Cu_{amu} = 0.498 \times 0.65 = 0.3203 \quad Zn_{amu} = 0.507 \times 0.35 = 0.1775$$

真鍮内の銅と亜鉛の原子量での割合は

$$Cu = \frac{0.3203}{0.3203+0.1775} = 0.6434 (= 64 \%) \quad Zn = \frac{0.1773}{0.3203+0.1775} = 0.3561 (= 36 \%)$$

(3) 線源弱係数( $\mu$ )の算出:ガンマ線エネルギーが662 keVのときの銅と亜鉛の質量吸収係数( $\mu/\rho$ )は、表7よりほぼ同じで 約1.3である。この値に銅と亜鉛の密度、8.96 g/cm<sup>3</sup>, 7.13 g/cm<sup>3</sup>をかけると線源弱係数はそれぞれ 11.648 [cm<sup>-1</sup>], 9.269 [cm<sup>-1</sup>]となる。

$$\mu_{Cu} = 1.3 \times 8.96 = 11.648 [cm^{-1}] \quad \mu_{Zn} = 1.3 \times 7.13 = 9.269 [cm^{-1}]$$

①ここで、真鍮合金内の線減弱係数は、それぞれの減弱係数を足した値に原子量の比をかけて

$$11.648+9.269=20.917$$

$$\text{銅: } Cu=20.917 \times 0.64=13.386 \quad \text{亜鉛: } Zn=20.917 \times 0.36=7.530$$

②次のこの値の平均をとり、真鍮合金(Cu+Zn)の線減弱係数( $\mu_{c+z}$ )とした。

$$\mu_{c+z} = (13.386+7.530)/2 = 10.368$$

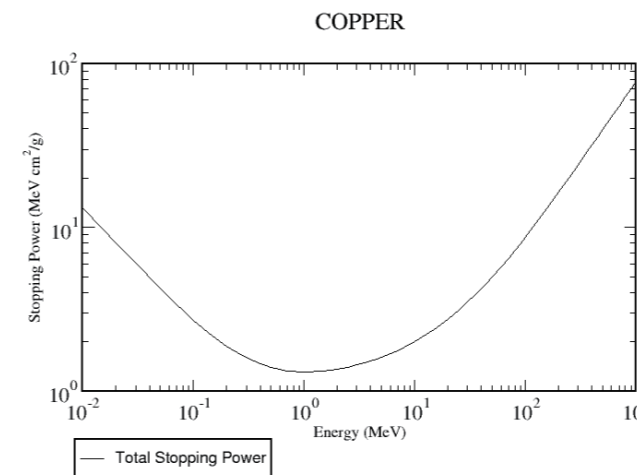


図16 銅の質量減弱係数

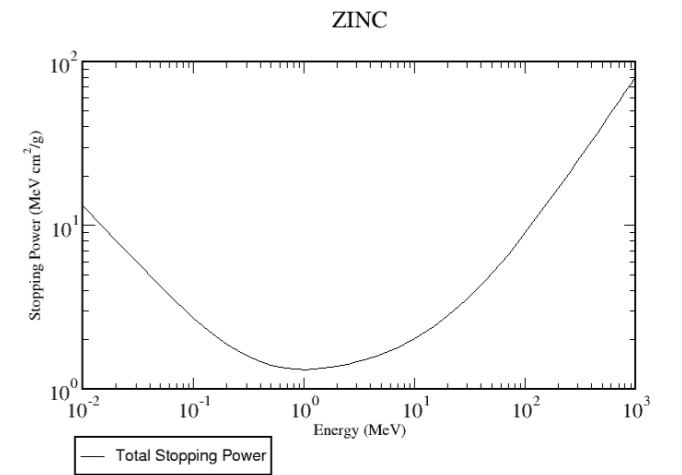


図17 亜鉛の質量減弱係数

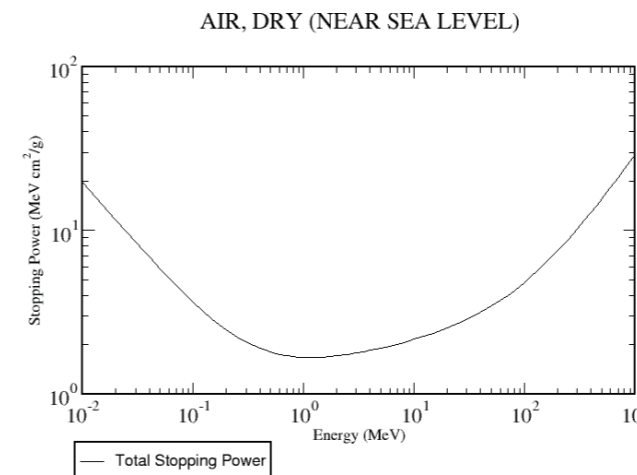


図18 空気の質量減弱係数

表6 ガンマ線エネルギーと真鍮(銅, 亜鉛)と空気の質量衝突阻止能

material	Kinetic Energy (MeV)	Stopping Power (MeV cm <sup>2</sup> /g)			Density Effect Parameter
		Collision	Radiative	Total	
copper	6.000E-01	1.326E+00	3.087E-02	1.357E+00	3.581E-01
	7.000E-01	1.298E+00	3.437E-02	1.333E+00	4.173E-01
zinc	6.000E-01	1.332E+00	3.223E-02	1.365E+00	3.165E-01
	7.000E-01	1.305E+00	3.587E-02	1.341E+00	3.735E-01
air	6.000E-01	1.743E+00	8.210E-03	1.751E+00	0.000E+00
	7.000E-01	1.706E+00	9.258E-03	1.715E+00	0.000E+00

引用: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/ESTAR.htm> <sup>6)</sup>

表7 空気の組成と銅, 亜鉛の原子番号, 質量衝突阻止能, 密度, 線減弱係数

composition	composition	Mass collision stopping power [cm <sup>2</sup> /g]	Density [g/cm <sup>3</sup> ]	linear attenuation coefficient
air	N 80%	1.72	0.0012	0.0021
	O 20%			
copper	29C	1.31	8.96	11.737
zinc	30Zn	1.31	7.133	9.344

IV\_2 ガンマ線透過度の整合性の証明

計測データと数値計算によるガンマ線の透過個数に差がないか整合性を検討した。

IV\_2\_1 光子の透過光子数算出

光子の透過度は次の式で導かれる。

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = I_0 \cdot e^{-(\mu_1 \cdot x_1 + \mu_2 \cdot x_2)} \dots (1)$$

この式より, トランペットの真鍮を通過していない空気のみときの光子数で一番大きな値(計測点14)での値(2,339カウント)を  $I_0$  として, 各計測点における真鍮の透過厚と減弱係数を考慮して計算による光子数を算出した。

- ①  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(0.0021 \cdot 7.0)} = 2,364$
- ②  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(0.0021 \cdot 6.5 + 10.54 \cdot 0.5)} = 2,012$
- ③  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(0.0021 \cdot 6.5 + 10.54 \cdot 0.5)} = 2,012$
- ④  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(10.54 \cdot 0.45)} = 2,021$
- ⑤  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(10.54 \cdot 0.4)} = 2,035$
- ⑥  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(10.54 \cdot 0.3)} = 2,102$
- ⑦  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(10.54 \cdot 0.2)} = 2,291$
- ⑧  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(10.54 \cdot 0.2)} = 2,291$
- ⑨  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(10.54 \cdot 0.3)} = 2,102$
- ⑩  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(10.54 \cdot 0.4)} = 2,035$
- ⑪  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(10.54 \cdot 0.45)} = 2,021$
- ⑫  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(0.0021 \cdot 6.5 + 10.54 \cdot 0.5)} = 2,012$
- ⑬  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(0.0021 \cdot 6.5 + 10.54 \cdot 0.5)} = 2,012$
- ⑭  $I = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_2} = 2339 \cdot e^{-(0.0021 \cdot 7.0)} = 2,364$

これらの計算結果は表8にまとめた。

IV\_2\_2 散乱線の補正

今回の計測データには多くの散乱線(コンプトン散乱)が含まれている。これを除かなければ正確なCTの再構成画像は作れない。よって, 数値計算により算出したカウント数から全吸収ピーク(90channel)以下の散乱成分のカウント数(2,000カウント)を差し引き, 正味のカウントとした。この値から各通過点におけるガンマ線の透過度を算出した。

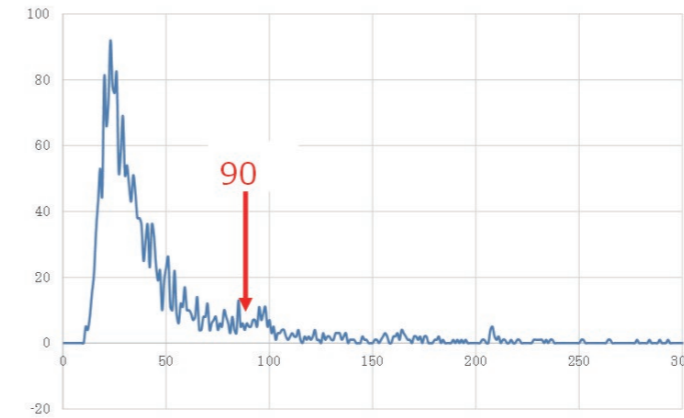


図19 散乱線の様子(全吸収ピーク(90channel)以下)

IV\_2\_3 透過度の算出(表8)

次に前項の式①と式⑭の値(2,364カウント)を正規化し  $I_0$  として, 計算により算出した値(表8, *simu*列)との比( $I/I_0$ )を求め, 最後に 2.1ラドン変換の式(4)を使い透過度, 表8右列  $\ln(I_0/I)$  を求めた。そして, 最後にこのデータをもとに最終的にMATLABによる画像再構成を行った<sup>5)</sup>(図20~24)。

《具体的なシミュレーション値と透過度》

ここでは, 表8, 4行2列目のpoint2の値を用いて具体的に数値計算を示す。

光子の減弱式  $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$  より,  $I_0 = 2,399$ , 空気と真鍮の線源弱係数をそれぞれ  $\mu_{air} = 0.0021$ ,  $\mu_{c+z} = 10.54$ , また空気層の厚さは6.5cm, 真鍮の厚さは0.5cmを入れて計算した。

$$I = 2,364 \cdot e^{-(0.0021 \cdot 6.5 + 10.54 \cdot 0.5)} = 12$$

◎透過率は  $\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x}$  より

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x} = \frac{12}{2,364} \Rightarrow e^{\mu x} = \frac{2,364}{12} \Rightarrow \text{両辺の対数を取り } \ln e^{\mu x} = \ln \left( \frac{2,364}{12} \right) \Rightarrow \mu x = \ln \left( \frac{2,364}{12} \right)$$

◎最終的な値は  $\mu x = \ln \left( \frac{2,364}{12} \right) \cong 5.2690$  となり, この値が 表8右列の 透過度 となっている。

表8 空気と真鍮の線減弱係数とガンマ線通過点の真鍮の厚み, ガンマ線の透過割合

	point	透過厚 [cm]		simu	散乱加算 add BG	入出比 $I/I_0$	透過度 $\ln(I_0/I)$	
		counts	air					CuZn
$\mu$ [cm <sup>-1</sup> ] air $\mu$ 0.0021	1	2361	7.0	2364	+scatt(2,000)	1.0000	0.0000	
	2	2337	6.5	12	2012	0.0051	5.2690	
	3	2271	6.5	12	2012	0.0051	5.2690	
	4	2232		0.45	21	2021	0.0088	4.7283
Cu, Zn $\mu$ 10.54	5	2200		0.40	35	2035	0.0150	4.2013
	6	2241		0.30	102	2102	0.0430	3.1473
	7	2317		0.20	291	2291	0.1233	2.0933
	8	2236		0.20	291	2291	0.1233	2.0933
	9	2292		0.30	102	2102	0.0430	3.1473
	10	2253		0.40	35	2035	0.0150	4.2013
	11	2317		0.45	21	2021	0.0088	4.7283
	12	2329	6.5	0.50	12	2012	0.0051	5.2690
	13	2319	6.5	0.50	12	2012	0.0051	5.2690
	14	2399	7.0		2364		1.0000	0.0000



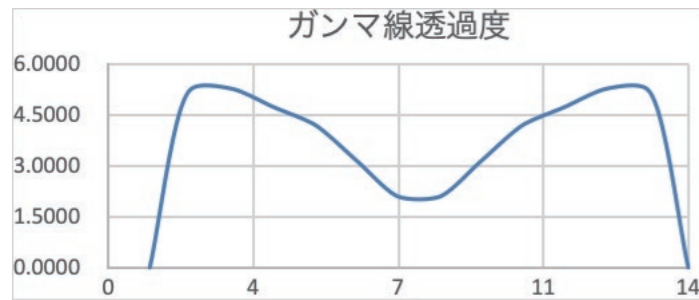


図20 散乱線除去後の計測14点における光子の透過度

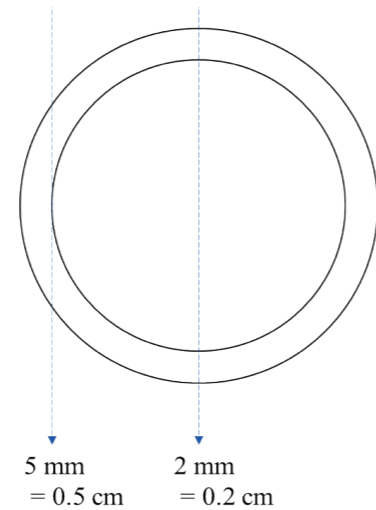


図21 ガンマ線が通過する真鍮の接線と中央の厚み

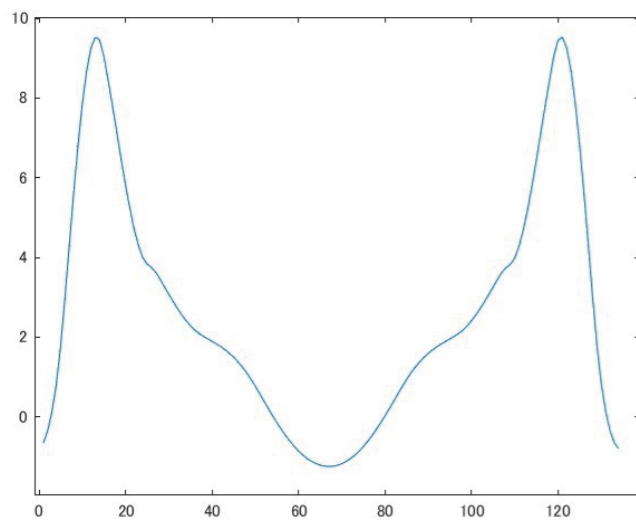


図22 再構成画像のプロファイル曲線

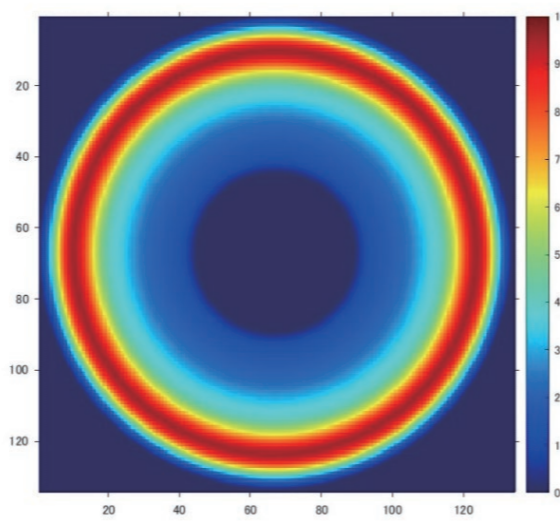


図23 MATLAB による2次元再構成画像

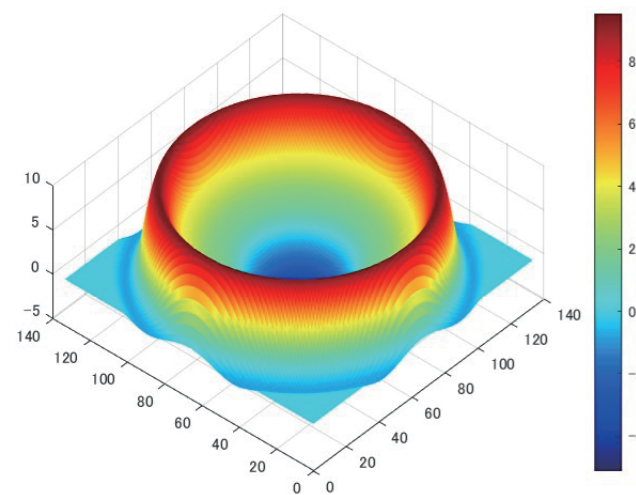


図24 MATLABによる3次元再構成画像

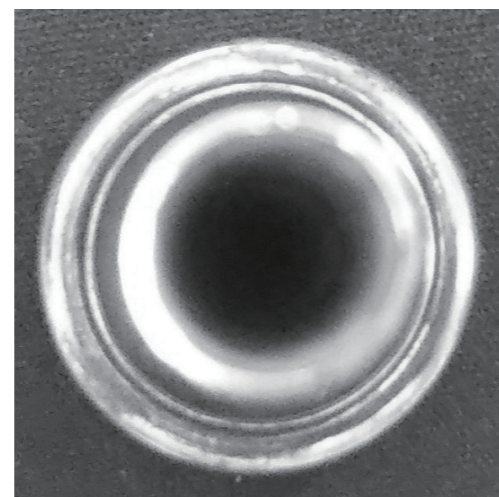


図25 計測資料のマウスピース(俯瞰図)

## V. 考察

### 実験1\_1

この実験は本校で実際に実施している放射線計測学実験のガンマ線透過度実験をグラフ化したものである。1つの班により真鍮製マウスピースの7点から一次元透過データを収集したもので(図7)、一次元の線形透過データから予想通りの内部が空洞の円柱構造物の厚みに応じた光子数の減弱した透過像が得られた。

この実験で計測されたガンマ線光子数を左側から順に並べると4609, 571, 3182, 3741, 3566, 24, 4166カウントとなっており、全体的にカウント数の変動が大きい。この理由の一つは計測時間が10分と短く、カウント誤差1%以内となる10,000カウントまで計測していなかったためである。二つ目の理由は、小さい測定対象物であるに拘わらず全ての計測が手作業で実施したためである。測定値の変動を少なくするためには、今後、マイクロオーダーの微妙な移動が可能な線形ステージを準備し計測すれば変動の左右差は、いくらかは改善されるものと考えられる。カウント数に関しては、本実験は学生実験の90分の時間に7点×10分(合計70分)の時間制限があり、なかなか厳しいのが現状である。

### 実験1\_2

この実験は時間的に余裕のある休日を使い半日かけて収集したデータで、実験方法は実験1\_1と同じである。今度はより正確な透過データを得る目的でマウスピースの移動間隔を1 mm として透過データを収集した(表2)。表1と表2の計測時間は同じ10分計測であるが、両者の計測値に差がある。実験1\_1の平均値と標準偏差は $2837 \pm 1588$  [counts]、実験1\_2のほうは $2125 \pm 30$  [counts] であり、実験1\_2のほうが安定したデータであることが分かる。カウントが変動した原因で考えられるのは、鉛ブロックのスリット間隔と線源の固定位置だと考えられる。スリット間隔は2 mm 間隔で設定しているが、やはり手作業で物差しを見ながら間隔を空けているので、例えばスリット間隔が0.1mmずれても、この間隔を抜ける原子レベル・サイズのガンマ線光子に比べたら、あまりにも大きな通過間隔の差となっている(図3, 図6)。また、鉛ブロックの裏に配置したガンマ線源であるが(図5)、こちらも手作業で鉛ブロックの裏に張り付けているので、張る位置により最終的に検出器の開口面(アパーチャ)に入るガンマ線束は幾何学的に異なる斜入角となる。これらの理由で計測データに差が出たものと考えられる。

### 実験2

データ取り8点観察と16点観察(各点10分計測)、「学生8班で、25度刻みで0度～175度までデータを収集したデータ(8 view)」と仮定した数値を基に数値解析scilabでシミュレーションした(表2～3, 図10～13)。シミュレーションは数値行列からフーリエ変換を行い、その後、逆フーリエ変換したものを3D化したものである。その結果、明らかに16点観察した3D再構成グラフのほうが、より円柱形に近づいていることが分かる(図11と図13の対比)。これは、当然のことであるがより細かい計測点(チャンネル数)からデータを取り込んだほうが、より実態に近づくことを現わしている。

### 《実験データと数値計算との整合性の検証》

- (1) 数値計算では真鍮合金の銅と亜鉛のそれぞれの個別の原子量(Cu:63.55 [u], Zn:65.38 [u])、そして一般的な真鍮の銅と亜鉛の混入割合(銅65%, 亜鉛35%)により、再度、真鍮内の原子量比を求めた。その結果、真鍮内の銅と亜鉛の原子量はそれぞれ0.3203, 0.1775となった。
- (2) 線源弱係数( $\mu$ )の算出では、<sup>137</sup>Csガンマ線のエネルギーが662 keVのときの銅と亜鉛の質量減弱係数( $\mu/\rho$ )は図16～17, 表6～7よりほぼ同じで、約1.3となる。この値に銅と鉛の密度を掛けることにより、それぞれの線減弱係数は $11.648$  [ $\text{cm}^{-1}$ ],  $9.269$  [ $\text{cm}^{-1}$ ]となる。
- (3) 次に、真鍮合金内の線源弱係数は、それぞれの減弱係数を足した値に原子量の比をかけて銅が13.386, 亜鉛が7.530となり、この値の平均をとり真鍮合金内の線源弱係数( $\mu_{c+z}$ )は10.368とした。
- (4) 数値計算でのシミュレーションでは、真鍮を透過していない空気層の減衰計算で、表8の最下行3列目と6行目の数値(2.399countsと2.366counts)のように、その差は1.8%でほぼ同じ値が計算により算出された。

### 《Matlabによるシミュレーション》

- (1) 数値計算: 図14～15の計算方法で、マウスピースの円形空洞(直径10mm, 厚み2mm,)透過厚(図21)を考慮して、2\_1 光子の透過計算の項の式①～⑭で行った。その結果、表8のように実測データとほぼ同じような数値となった。
- (2) 散乱線補正: 今回のCT実験ではガンマ線のエネルギーが662keVと高エネルギー光子を使用したので多くの散乱

線(コンプトン散乱線)が含まれる(図19の約90channelより左側がコンプトン散乱である)。これらのカウント数は約2,000カウントであった。この値を数値計算データより引き散乱線が入っていないデータとした。この値をもとにガンマ線の減弱個数(図20:減弱度)をもとめ、このデータから次のMatlabによる逆ラドン変換(10度刻みに190度まで回転、角度間の補間は3次スプライン補間)を行った。その結果が、図22~24である。

(3)Matlabによるシミュレーション:結果が示すようにマウスピースの内部構造を非常に良く再現するものとなった。この原因は高エネルギーガンマ線を用いた核医学画像でも画像劣化をきたす原因は散乱線であることが知られており、各メーカー、信号データ(カウント数)からこの散乱線を取り除くために様々な工夫がなされている。今回のこの実験でも、この散乱線のデータを含んだ生データから、数値計算したデータをもとに各チャンネルにおける透過度を求め、そのデータから散乱線分を差し引き、再構成を行ったのがマウスピースの構造を忠実に再現できた結果だと考える。

#### 《本シミュレーションによる学生の理解度向上について》

医療の現場ではCTやMRI、そして核医学診断装置のSPECTやPETといった多くの画像診断装置が配備されている。こういったなかで、放射線技師を養成する教育現場にもこれらに関する多くのテキストがあるが、やはり理論式も難しく、また機械の構造を見ることもままならないのが実情である。そんななかで、本校では2023年度の後期授業から「ガンマ線源による真鍮(トランペットマウスピース)の透過強度測定」という実験項目で、医学放射線学科2年生の計測実験項目に取り入れ、学生とともにデータ取りを重ねている。

実験では、「最初に、このデータは実はCT画像となるんだよ」と説明して、データ取り開始しますが「一体なぜこんなことをやっているのか?」と疑心暗鬼な顔をしながらやっている学生たちも、取りためたデータから出来たCT画像(再構成画像)を見せると感動している様子である。これを機会に、本校の学生たちには原理さえ分かれば本校の実験室レベルでも、簡易的なCT実験ができることを知ってもらい、基礎実験の大切さ、そしてその中から楽しく原理等を学んでくれたらよいと考えている。

## VI. まとめ

本実験は本校学生がラドン変換を理解するための簡易型CTとして利用できることが分かった。今後は、直線や回転ステージを揃えて、より正確なデータを収集し様々な金属構造物の内部を確認していきたい。また、画像再構成プログラムの上でも様々なフィルタを試していきたい。そして、散乱補正についても再度検討を重ねて、より一層、明瞭な画像が描出できるよう検討を重ねていきたい。

今後の課題としては、本校には標準ガンマ線源として<sup>137</sup>Cs(662keV)と<sup>60</sup>Co(1.17MeV, 1.33MeV)がある。今後はこれらの異なるエネルギーを同時観察するデュアルエネルギーCT(正確にはトリプルエネルギーCT)でのCT画像を取得して散乱線を除去する方法などを考えていきたい。

#### ■ 参考文献

- 1) 荒川悦雄ら.教育用3次元X線CT装置の開発と利用,RADIOISOTOPES 2016;65: 119-128
- 2) 青柳泰司ら.放射線機器学:オーム社
- 3) 井上多門ら.逆Radon変換アルゴリズムの論理的再構築, MEDICAL IMAGING TECHNOLOGY 2001 November;19 (6)
- 4) 浅野晃.CTスキャナ 投影からの画像の再構成/ラドン変換と投影切断面定理/画像情報処理(2022年度秋学期) 第10回 2022.12.2
- 5) MathWorksラドン変換.<https://jp.mathworks.com/help/images/radon-transform.html>
- 6) NIST Standard Reference Database 124.  
<https://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/ESTAR.htm>